МРНТИ 27.01.45

ИНТЕГРИРОВАННЫЙ ПОДХОД ПРИ ФОРМИРОВАНИИ ЭЛЕКТИВНОГО КУРСА НА ТЕМУ «ПРЕОБРАЗОВАНИЕ РАДОНА В ЗАДАЧАХ ДИСКРЕТИЗАЦИИ»

***Ш.Абикенова*[1], *Г.Таугынбаева*[2]**
[1]к.ф.м.н., СНС, [2] PhD, СНС,
[1,2] Институт теоретической математики и научных вычислений,
Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева,
г.Нур-Султан, Казахстан
email: shabik_29@mail.ru, galija_1981tau@mail.ru

В статье представлены предложения, направленные на интеграцию науки и образования в учебном процессе. Как известно, академическая свобода вузов в определении содержания образовательных программ в магистратуре увеличена до 70%. Перечень элективных курсов за частую определяется научными интересами задействованного в учебном процессе профессорско-преподавательского состава конкретного ВУЗа, при этом, научный потенциал используется не всегда эффективно. В этой связи, необходимы новые механизмы обеспечения устойчивой связи между научными результатами и образовательным потенциалом в обеспечении профессиональной подготовки компетентных и конкурентоспособных специалистов. Предложения по регулированию вопросов формирования элективных курсов подкреплены учебной программой курса на тему «Преобразование Радона в задачах дискретизации». Данная программа предлагается к внедрению в рамках магистратуры. Научные результаты получены при реализации проекта AP05132938 «Преобразование Радона в задачах дискретизации».

Ключевые слова: *элективный курс, силлабус, преобразование Радона, научно-методическое обеспечение*

В современных экономических условиях под влиянием мировых образовательных трендов в Республике Казахстан формируются основные направления развития образования и науки. В стране вводятся новые нормативно-правовые акты, государственные программы развития образования [1-2]. В Государственной программе развития образования Республики Казахстан на 2011–2020 годы утвержденной Указом Президента РК от 7 декабря 2010 года № 1118 сказано что «Высшее образование играет важную роль в обеспечении профессиональной подготовки компетентных и конкурентоспособных специалистов для всех отраслей экономики республики в интеграции с наукой и производством. Интеграция образования, науки и производства, развитие послевузовского образования на основе современных достижений науки и техники является одним из приоритетных направлений развития экономики» [1]. В соответствии с Государственной программой развития образования и науки Республики Казахстан на 2016 – 2019 годы, утвержденной Постановлением Правительства Республики Казахстан от 24 июля 2018 года № 460, приоритетом высшего и послевузовского образования Казахстана обозначено триединство образования, науки и производства [2].

В Казахстане начата модернизация содержания высшего и послевузовского образования в контексте мировых тенденций. Начат процесс институционального преобразования высшей школы страны, вводятся исследовательские ВУЗы. Возникает вопрос. Что такое «Исследовательский университет»? Согласно Закона Республики Казахстан от 18 февраля 2011 года № 407-IV «О науке» [3], под исследовательским университетом понимается высшее учебное заведение, реализующее утвержденную Правительством Республики Казахстан программу развития университета и участвующее в организации и проведении фундаментальных и прикладных научных исследований и иных научно-технических, опытно-конструкторских работ. Основной задачей исследовательского университета является интеграция научной деятельности и образовательного процесса на всех уровнях высшего и послевузовского образования. Тем самым, краткий ответ на поставленный вопрос, можно сформулировать так: «Исследовательский университет – это высшее учебное заведение, которое осуществляет образовательную и научную деятельность в аспекте интеграции науки и образования в учебном процессе».

В контексте происходящих в Казахстане реформ в образовании и науке, определенный интерес представляет опыт Российской Федерации [4]. В России в рамках приоритетного национального проекта «Образование» было создано на конкурсной основе 29 национальных исследовательских университетов (далее, НИУ). Создание НИУ связано с реализацией серьезных проектов развития высокотехнологичного сектора экономики. Отличительными признаками национально-исследовательских университетов, от вузов другого типа являются следующие:

- введение научной и исследовательской работы студентов в образовательную практику всех дисциплин,
- внедрение двухуровневой системы «бакалавр –магистр» с привлечением обучаемых к научным программам,
- изменение социально-экономического статуса университета как базиса научно-технического развития,
- формирование тесных связей с реальным сектором экономики в виде инновационных производств.

Исследовательские университеты получили развитие в США. На основе интеграции научных исследований и образовательного процесса произошла первая «академическая» революция, которая дала положительные сдвиги и привела к тому, что лидирующие позиции среди университетов мира (за 2018-2019 гг.) по версии рейтинга Times Higher Education занимают американские ВУЗы [5]. Отметим, что единственным ВУЗом России, который вошел в первые 200 позиций, заняв 199 место, является Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова. Сложившаяся ситуация обусловлена действующей в отечественных ВУЗах системой управления, при которой разделение процессов обучения и научных исследований привело к разрыву ключевых творческих связей между способными студентами и опытными исследователями.

Активная научно-исследовательская деятельность вузов непосредственно влияет и на качество подготовки будущих специалистов, вовлеченных в научные исследования и разработки и, соответственно, на повышение конкурентоспособности учебного заведения. Однако, отечественная система образования до сих пор не конкурентоспособна в мировом образовательном пространстве, ежегодно уступая свои позиции более успешным университетам.

Основным фактором успеха университетов является научно-исследовательский приоритет в развитии, главенствующий аспект во взаимодействии теории и практики, в постоянном циклическом обновлении учебного процесса и научной деятельности, что позволяет сформировать потенциал эффективных специалистов-исследователей [6].

В этой связи, для обеспечения профессиональной подготовки компетентных и конкурентоспособных специалистов, необходимо разработать и внедрить на базе исследовательских университетов механизм управления, который бы обеспечил устойчивую связь между научными разработками и образовательным процессом. Выпускник исследовательского университета должен быть способен к системному действию, креативности, обладать творческим подходом в решении задач, быстротой принятия решений. Важнейшим компонентом подготовки конкурентоспособных специалистов является исследовательская деятельность, которую следует рассматривать как компонент профессиональной подготовки студентов.

Реализация научной деятельности в Казахстане регламентируется в соответствии с Законом РК «О науке», причем в большей части финансируется из государственного бюджета. В этой связи, интегрирующий механизм может быть заложен в рамках программно-целевого и/или грантового финансирования научных проектов. В свою очередь, образовательный процесс регламентирован в соответствии с Государственным общеобязательным стандартом образования всех уровней образования, утвержденным приказом Министра образования и науки Республики Казахстан от 31 октября 2018 года № 604 [7]. Согласно стандарта образовательная программа состоит из цикла базовых (далее – БД) и профилирующих (далее – ПД) дисциплин, которые включают дисциплины вузовского компонента (далее – ВК) и компонента по выбору (далее – КВ). Под компонентом по выбору понимается перечень учебных дисциплин и соответствующих минимальных объемов академических кредитов, предлагаемых ВУЗом, самостоятельно выбираемых студентами в любом академическом периоде с учетом их пререквизитов и постреквизитов. Курс по выбору обучающихся, составная часть вариативного компонента учебного плана, направленная на расширение образовательной подготовки обучающихся, носит название «элективный курс».

Именно, учебные дисциплины компонента по выбору или так называемый «элективный курс» может стать тем самым необходимым элементом исследовательского обучения студентов. Академическая свобода ВУЗов в определении содержания образовательных программ в бакалавриате увеличена до 55%, магистратуре – 70%, докторантуре – 90%. ВУЗы могут предлагать широкий спектр образовательных программ, способствующих укреплению их конкурентоспособности на рынке образовательных услуг. Однако, перечень элективных курсов и их содержание не всегда отражает научную деятельность профессорско-преподавательского состава конкретного ВУЗа, что приводит к неэффективному использованию научного потенциала.

Считаем обоснованным введение обязательного требования при реализации научных проектов (грантов), финансируемых за счет государственного бюджета, подразумевающего разработку элективного курса для любого уровня образования: бакалавриат, магистратура, докторантура. Это позволит закрепить, расширить научный задел каждого направления, темы грантового проекта. При этом, выбор тематики элективных методических курсов будет основан на принципах научности, профессиональной направленности.

Далее представлен учебный план курса по выбору на тему «Преобразование Радона в задачах дискретизации». Тема курса выбрана в связи с тем, что авторы статьи являются членами исследовательской группы по проекту AP05132938 «Преобразование Радона в задачах дискретизации». Также отметим, что теория рядов Фурье и интегральное преобразование Фурье в той или иной мере изложено практически во многих учебниках по математике. При этом, в учебниках математики нет информации о преобразовании Радона, которое служит математической основой компьютерной томографии и обязательно должно быть изучено студентами соответствующих специальностей.

Учебно-тематический план дисциплины представлен в таблице 1 с указанием наименования модуля, тем, количества часов в разрезе лекционных, практических занятий и самостоятельной работы студента (3 кредита).

Таблица 1 - Учебно-тематический план дисциплины «Преобразование Радона в задачах дискретизации»

№ недели	**Наименование модуля и тем**	Количество часов		
		лекционные	практические	самостоятельные
1	**Модуль 1. Необходимые определения и утверждения. Математический аппарат.**			
	1.1 Фурье-анализ	1		2
	1.2 Интегрирование по сферам	1	1	4
	Итого по модулю 1	2	1	6
2-3	**Модуль 2. Компьютерный (вычислительный) поперечник. Задача восстановления функций из классов.**			
	2.1 Общая постановка задачи восстановления.	1	1	4
	2.2 Классы функций как важнейшая составляющая постановки задач	1		2
	2.3 Операторы восстановления функций – перспективы дальнейших исследований. Важнейшие примеры функционалов в определении КВП	2	1	6
	Итого по модулю 2	4	2	12

4-5	**Модуль 3. Преобразование Радона**			
	3.1 Определение, основные свойства, виды преобразования Радона	2	1	6
	3.2 Связь преобразования Радона с преобразованием Фурье	2	1	6
	Итого по модулю 3	4	2	12
6-7	**Модуль 4. Хронология исследований по использованию преобразования Радона в теории приближений.**			
	4.1 Преобразование Радона как один из видов числовой информации в задачах восстановления	2	1	6
	4.2 Преобразование Радона и теория аппроксимации.	2	1	6
	Итого по модулю 4	4	2	12
8-11	**Модуль 5. Применение преобразования Радона**			
	5.1 Задача компьютерной томографии, методы вычислительной томографии.	2	1	6
	5.2 Задача цифровой обработки изображений.	2	1	6
	5.3 Обзор применения для медицинской визуализации, лучевой терапии и промышленного неразрушающего контроля.	4	2	12
	Итого по модулю 5	8	4	24
12-15	**Модуль 6. Научные результаты по К(В)П исследованию преобразования Радона.**			
	6.1 КВП исследование преобразования Радона по точной информации. Приближенное восстановление функций из классов Соболева и Коробова по точным значениям их преобразований Радона. Оценки в задаче дискретизации функций по точным значениям их преобразований Радона.	4	2	12
	6.2 КВП исследование преобразования Радона по точной информации. Приближенное восстановление функций из классов Соболева и Коробова по неточным значениям их преобразований Радона. Оценки в задаче дискретизации функций по гнточным значениям их преобразований Радона.	4	2	12
	Итого по модулю 6	8	4	24
	Итого	30	15	90

Из представленных данных следует, что учебно-тематическим планом дисциплины предусмотрено 6 модулей:

- Модуль 1. Необходимые определения и утверждения. Математический аппарат;
- Модуль 2. Компьютерный (вычислительный) поперечник. Задача восстановления функций из классов;
- Модуль 3. Преобразование Радона;
- Модуль 4. Хронология исследований по использованию преобразования Радона в теории приближений;
- Модуль 5. Применение преобразования Радона в различных отраслях;
- Модуль 6. Научные результаты по К(В)П исследованию преобразования Радона.

Из вышеуказанных модулей наиболее значимыми модулями с учетом объема часов являются модули 5 и 6. При этом, общее количество часов по учебной дисциплине составляет 135 часов, в том числе 30 лекционных занятий, 15 практических занятий и 90 часов самостоятельной работы студента.

Далее весьма кратко сформулируем научное содержание дисциплины «Преобразование Радона в задачах дискретизации», предварительно приведем используемый математический аппарат, необходимые утверждения и формулировки.

Задачами дискретизации называются задачи приближения бесконечных математических объектов конечными, с возможностью последующей вычислительной реализации. Бесконечными математическими моделями служат функции, производные, интегралы, дифференциальные уравнения.

Нами в качестве Tfрассматривается такая математическая модель, как $Tf = f$ функция, которая обоснована тем, что любой процесс, включая, разумеется, изучаемый в физике, математические описывается посредством построения функции. Исследования явлений действительного мира математическими методами проводятся по схеме: от наблюдений и экспериментов к построению математической модели с последующим изучением математическими средствами, завершающихся выводами в рамках модели и их сравнением с реальными фактами.

При проведении экспериментов (физических, химических, технических и т.п.) важную роль играют два фактора, - где разместить измерительные приборы (в каких точках снимать информацию) и как по полученным данным приближенно описать весь процесс (построение интерполяционной формулы). При этом выяснения требуют вопросы типа «Какими приборами и в каком количестве пользоваться?», «Где эти приборы расставить и как переработать полученные экспериментальные данные?».

Помимо «математической модели», как наиболее известного понятия численного анализа в статье также рассматриваются такие понятия как *«Числовая информация объема N», «Алгоритм переработки числовой информации объема N», «Вычислительный агрегат»* и т.п.

В постановке задачи Компьютерного(вычислительного)поперечника начальным является следующее определение

$$\delta_N(\varepsilon_N; D_N)_Y \equiv \delta_N(\varepsilon_N; T; F; D_N)_Y \equiv \inf_{\left(l^{(N)}, \varphi_N\right) \in D_N} \delta_N\left(\varepsilon_N; \left(l^{(N)}, \varphi_N\right)\right)_Y, \tag{1}$$

где

$$\delta_N\left(\varepsilon_N; \left(l^{(N)}, \varphi_N\right)\right)_Y \equiv \delta_N\left(\varepsilon_N; T; F; \left(l^{(N)}, \varphi_N\right)\right)_Y \equiv \sup_{\substack{f \in F \\ \left|\gamma_N^{(\tau)}\right| \le 1 (\tau = 1, \ldots, N)}} \left\| Tf(\cdot) - \varphi_N\left(l_N^{(1)}(f) + \gamma_N^{(1)} \varepsilon_N^{(1)}, \ldots, l_N^{(N)}(f) + \gamma_N^{(N)} \varepsilon_N^{(N)}; \cdot\right) \right\|_Y. \quad (2)$$

Поясним суть каждого элемента в определении (1).

При некотором $k (k = 1, 2, \ldots)$ пусть даны нормированные пространства $X^{(1)}, \ldots, X^{(k)}$ и Y числовых функций, определенных на множествах $\Omega_{X^{(1)}}, \ldots, \Omega_{X^{(k)}}$ и Ω_Y соответственно, а также множества $F^{(j)} \subset X^{(j)}$ $(j = 1, \ldots, k)$.

Математическая модель задается посредством оператора $T = Tf = u(y, f) \equiv u(y, f_1, \ldots, f_k)$, действующего из $F = F^{(1)} \times \ldots \times F^{(k)}$ в *Y*.

Числовая информация объема N. Пусть также даны целые положительные числа $N_1,...,N_k$, вектор $\varepsilon^{(N)} = (\varepsilon_1,...,\varepsilon_k) \in R^N$ $(N = N_1 + ... + N_k)$, составленный из векторов $\varepsilon_j = \left(\varepsilon_j^{(1)},...,\varepsilon_j^{(N_j)}\right)$ с неотрицательными компонентами $\varepsilon_j^{(i)} \geq 0$ $(j = 1,...,k; i = 1,..., N_j)$.

Числовая информация $l^{(N)} = (l_1,...,l_k),\ l_j = (l_j^{(1)},...,l_j^{(N_j)}),\ l_j^{(i)}(\cdot): F^{(j)} \to C$, $(j = 1,....,k; i = 1,..., N_j)$ объема N $(N = N_1 + ... + N_k)$ об f из класса F снимается $l^{(N)} = (l_1,...,l_k),\ l_j = (l_j^{(1)},...,l_j^{(N_j)})$ определенных на нем линейных функционалов $(j = 1,....,k; i = 1,..., N_j)$ (в общем случае не обязательно линейных).

Алгоритм переработки информации $\varphi_N(z_1,..., z_N;\cdot) : C^N \times \Omega_Y \mapsto C$ есть соответствие, которое при всяком фиксированном $z_j = \left(z_j^{(1)},..., z_j^{(N_j)}\right)(j = 1,...,k)$ как функция от $(\cdot)$ есть элемент Y, где C, как обычно, есть поле комплексных чисел.

Всюду ниже запись $\varphi_N \in Y$ будет означать, что φ_N удовлетворяет всем перечисленным выше условиям, через $\{\varphi_N\}_Y$ обозначим множество, составленное из всех $\varphi_N \in Y$.

Далее определим *вычислительный агрегат* восстановления по точной информации $\left(l^{(N)}, \varphi_N\right) \equiv \left(l^{(N)}, \varphi_N; x\right) = \left(l_N^{(1)}(f),...,l_N^{(N)}(f); \varphi_N; x\right)$ для функции $f \in F$ действующей по правилу $\varphi_N\left(l_N^{(1)},...,l_N^{(N)}; x\right)$.

Восстановление по неточной информации проводится следующим образом. Сначала задаются границы неточности – вектор $\varepsilon^{(N)} = (\varepsilon_1,...,\varepsilon_k) \in R^N$, $\varepsilon_j = \left(\varepsilon_j^{(1)},...,\varepsilon_j^{(N_j)}\right)$ с неотрицательными компонентами. Затем точные значения $l_N^{\tau}(f)$ заменяются с заданной точностью $\varepsilon_N^{(\tau)} \geq 0$ на приближенные значения $z_\tau \equiv z_\tau(f), \left|z_\tau(f) - l_N^{(\tau)}(f)\right| \leq \varepsilon_N^{(\tau)}(\tau = 1,..., N)$, числа $z_\tau \equiv z_\tau(f)\,(\tau = 1,..., N)$ перерабатываются посредством алгоритма φ_N до функции $\varphi_N(z_1(f),..., z_N(f);\cdot)$, которая и будет составлять вычислительный агрегат $\left(l^{(N)}, \varphi_N\right) \equiv \varphi_N(z_1(f),...,z_N(f);\cdot)$, построенный по информации точности $\varepsilon_N = \left(\varepsilon_N^{(1)},...,\varepsilon_N^{(N)}\right)$. В случае $\varepsilon_N = (0,...,0)$ будем говорить о восстановлении «*по точной информации*».

Пусть $D_N \equiv D_N(F)_Y -$ данный набор комплексов $\left(l_N^{(1)},...,l_N^{(N)}; \varphi_N\right) \equiv \left(l^{(N)}, \varphi_N\right)$, подчеркнем, операторов восстановления «по точной информации».

Величины (1)-(2) будем называть «*информативной мощностью набора вычислительных комплексов* $D_N \equiv D_N(F)_Y$ *точности* $\varepsilon_N = \left(\varepsilon_N^{(1)},...,\varepsilon_N^{(N)}\right)$».

Обозначим через $M_N \equiv M_N(F)_Y$ произвольное множество, составленное из $N-$ членных последовательностей функционалов $l^{(N)} \equiv \left(l_N^{(1)},...,l_N^{(N)}\right)$ над линейной оболочкой F.

Тогда величины (1)-(2) с $D_N(F)_Y = M_F(F)_Y \times \{\varphi_N\}$ будут называться «информативной мощностью набора функционалов M_N точности $\varepsilon_N = \left(\varepsilon_N^{(1)},...,\varepsilon_N^{(N)}\right)$».

Записи $A << B$ $(B \geq 0)$ и $A \succ\prec B$ $(A \geq 0,\ B \geq 0)$ соответственно означают $|A| \leq cB$ и одновременное выполнение $A << B$ и $B << A$. В целях сокращения речи будем говорить

«*Вычислительный агрегат* $\left(\bar{l}^{(N)},\bar{\varphi}_N\right)\in D_N$ *поддерживает оценку снизу* $\vartheta_N << \delta_N\left(0;T;F;D_N\right)_Y$», если выполненыю неравенство $\delta_N\left(0;T;F;\left(\bar{l}^{(N)},\bar{\varphi}_N\right)\right)_Y << \vartheta_N$.

В рамках приведенных обозначений и определений, проблема оптимального восстановления по неточной информации, оформленная под названием *«Компьютерный (вычислительный) поперечник»,* заключается, в собирательном смысле, в последовательном решении нижеследующих трех задач – К(В)П-1, К(В)П-2 и К(В)П-3:

При заданных T,F,Y,D_N (фиксированных всюду по последующему контексту)

К(В)П-1: Находится порядок $\succ\prec \delta_N\left(0;D_N\right)_Y \equiv \delta_N\left(0;T;F;D_N\right)_Y$, – *информативная мощность набора вычислительных агрегатов* $D_N \equiv D_N(F)_Y$.

К(В)П-2: Производится построение конкретного вычислительного агрегата $\left(\bar{l}^{(N)},\bar{\varphi}_N\right)$ из $D_N \equiv D_N(F)_Y$, поддерживающего порядок $\succ\prec \delta_N\left(0;D_N\right)_Y$, для которого исследуется задача существования и нахождения последовательности $\tilde{\varepsilon}_N \equiv \tilde{\varepsilon}_N\left(D_N;\left(\bar{l}^{(N)},\bar{\varphi}_N\right)\right)_Y \equiv \left(\tilde{\varepsilon}_N^{(1)},...,\tilde{\varepsilon}_N^{(N)}\right)$ с неотрицательными компонентами, – К(В)П-2 – предельной погрешности (соответствующей вычислительному агрегату $\left(\bar{l}^{(N)},\bar{\varphi}_N\right)$), такой, что
$\delta_N\left(0;D_N\right)_Y \succ\prec \delta_N\left(\tilde{\varepsilon}_N;\left(\bar{l}^{(N)},\bar{\varphi}_N\right)\right)_Y \equiv \sup\left\{\left\|Tf(\cdot)-\bar{\varphi}_N\left(z_1(f),...,z_N(f);\cdot\right)\right\|_Y :\ f\in F,\ \left|\bar{l}_\tau(f)-z_\tau(f)\right|\le \varepsilon_N^{(\tau)}(\tau=1,...,N)\right\}$, с одновременным выполнением

$$\forall\eta_N \uparrow +\infty(0<\eta_N<\eta_{N+1},\ \eta_N\to+\infty):\ \overline{\lim_{N\to+\infty}}\,\delta_N\left(\eta_N\tilde{\varepsilon}_N;\left(\bar{l}^{(N)},\bar{\varphi}_N\right)\right)_Y \Big/ \delta_N(0;D_N)_Y = +\infty .$$

К(В)П-3: Устанавливается массивность предельной погрешности $\tilde{\varepsilon}_N\left(D_N;\left(\bar{l}^{(N)},\bar{\varphi}_N\right)\right)_Y$: находится как можно большое множество $D_N\left(\bar{l}^{(N)},\bar{\varphi}_N\right)$ (обычно связанных со структурой исходного $\left(\bar{l}^{(N)},\bar{\varphi}_N\right)$) вычислительных агрегатов $\left(l^{(N)},\varphi_N\right)$, построенных по всевозможным (не обязательно линейным) функционалам $l_1,...,l_N$, таких, что для каждого из них выполнено соотношение

$$\forall\eta_N \uparrow +\infty(0<\eta_N<\eta_{N+1},\ \eta_N\to+\infty):\ \overline{\lim_{N\to+\infty}}\,\delta_N\left(\eta_N\tilde{\varepsilon}_N;\left(l^{(N)},\varphi_N\right)\right)_Y \Big/ \delta_N(0;D_N)_Y = +\infty.$$

Отметим, что подзадача К(В)П-1 представляет собой Компьютерный (вычислительный) поперечник по точной информации, т.е. при $(\varepsilon_N \equiv 0)$. Данная задача заключается в получении оценок сверху и оценок снизу (желательно совпадающих с точностью до констант) для величины

$$\delta_N\left(0,D_N\right)_Y \equiv \delta_N\left(\mathrm{D}_N;T;F;0\right)_Y = \min_{N_1+...+N_k=N}\ \inf_{\left(l^{(N_1,...,N_k)},\varphi_N\right)\in D_{N_1,...,N_k}} \delta_N\left(\left(l^{(N_1,...,N_k)},\varphi_N\right);T;F\right)_Y \qquad (3)$$

где

$$\delta_N\left(\left(0,\varphi_N\right);T;F;l^{\left(N_1,...,N_k\right)}\right)_Y \equiv \sup_{f\in F}\left\|u(\ ;f)\quad \varphi_N\left(l_1^{(1)}(f_1),...,l_1^{(N_1)}(f_1);...;l_k^{(1)}(f_k),...,l_k^{(N_k)}(f_k);\ \right)\right\|_Y . \qquad (4)$$

и в указании вычислительного агрегата, реализующего оценку сверху.

Тем самым, имеем две самостоятельные задачи, одна из которых заключается в получении оценок снизу погрешности восстановления всех вычислительных агрегатов из заданного множества D_N, другая – в нахождении оценок сверху для конкретных вычислительных агрегатов из D_N (построение которых, разумеется, можно продолжить с точки зрения улучшения вычислительных характеристик).

Различные постановки задач восстановления функций получаются при различном выборе множества вычислительных агрегатов, исследованию которых посвящен ряд работ (см. [8-33]). Конкретизация наборов функционалов и алгоритмов переработки числовой информации порождает многочисленные постановки задач.

Нами в качестве оператора $T(f)$ и функционалов $l(f)$ соответственно в определении К(В)П (3)-(4) исследована следующая конкретизация задачи: $Tf = f$ восстановление функций, $l(f) = R(f; t, \theta)$ значения преобразования Радона $R(f; t, \theta)$ функции f, определенной на D

$$R(f; t, \theta) := \int_{I(t,\theta)} f(x, y) ds = \int_{-\sqrt{1-t^2}}^{\sqrt{1-t^2}} f(t\,\theta_1 - s\,\theta_2, t\,\theta_2 + s\,\theta_1) ds,$$

где

$(t, \theta) \in \mathrm{C},\ I := I(t, \theta) = \{(x, y) : x\,\theta_1 + y\,\theta_2 = t\} \cap D,$

$D = \left\{x = (x_1, x_2) \in R^2 : |x| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2} \leq 1\right\},$

$S \equiv \{\theta = (\theta_1, \theta_2): \theta_1^2 + \theta_2^2 = 1\},$

$C = [-1,1] \times S \equiv \{(p, \theta): -1 \leq p \leq 1,\ \theta = (\theta_1, \theta_2): \theta_1^2 + \theta_2^2 = 1\}.$

В конкретных задачах восстановления в качестве числовой информации обычно рассматривают линейные функционалы или операторы, сопоставляющие функции ее значения в точках, ее коэффициенты Фурье. Нами рассматривается преобразование Радона - оператор, переводящий функцию на многообразии в множество ее интегралов по некоторому семейству подмногообразий. Такого рода операторы применяются для моделирования различных томографических процессов и изучаются в интегральной геометрии и компьютерной томографии, которая занимается численным восстановлением функций по их линейным или плоскостным интегралам. Преобразование Радона и формула обращения были введены Радоном в работе [22]. Обзор основных сведений о преобразовании Радона может быть найден в монографиях [23-24]. В последнее время количество работ, посвященных приближенным вычислениям с использованием преобразований Радона, неуклонно растет. Отметим только некоторые из них, наиболее близкие нашей тематике исследований [25-26]. Одной из первых работ по приближению функций на основе значений их некоторых преобразований Радона является работа Марра [27]. В этой работе найдено значение наилучшего приближения преобразования Радона алгебраическими многочленами. В работе [28] решается задача нахождения “интерполяционного” многочлена (т.е. имеющего те же преобразования Радона что и интерполируемая функция) с минимальной L^2 −нормой. В работе [29] решается задача о возможности построения интерполяционных многочленов, в том же смысле что и в [23], для гармонических функций и оценка сверху их погрешностей на некотором классе гармонических функций. Отметим также серию работ [30-33, и имеющуюся в ней литературу] о рельефной аппроксимации функций, которая близка к данной тематике.

Содержание к модулю 6, т.е. научные результаты по К(В)П исследованию преобразования Радона, представлены частично в работах, посвященных приближенному восстановлению функций из классов Соболева и Коробова по точным и неточным значениям их преобразований Радона. Среди этих работ, можно отметить [13-15, 33]. Также отметим, что в рамках реализации грантового проекта будет подготовлено соответствующее учебное пособие к элективному курсу.

В качестве источников информации для подготовки рекомендуется использовать [12-16,16-24].

При отборе и структурировании содержания элективного курса, организации учебного материала, были учтены принципы фундаментализации, интеграции, целостности, практико-ориентированности, дифференциации.

Таким образом, нами предложен подход, позволяющий усовершенствовать образовательные программы ВУЗа через создание новых и востребованных учебных курсов и внедрение современных научно-исследовательских направлений и методов в учебный процесс. В предлагаемых условиях, целью каждой учебной дисциплины становится приобретение исследовательских навыков как способа постижения действительности.

Актуальность учебных курсов и их соответствие международным научным трендам обоснована одобренным грантовым финансированием проекта, в рамах которого они формируются. Отметим, что одобрение финансирования проекта является заключительной стадией после прохождения государственной научно-технической экспертизы, рассмотрения Национальным научным советом.

Новизна и научная состоятельность учебного курса, представленного в данной работе, определена следующим. В связи со значительно увеличивающимися объемами данных, в компьютерных технологиях все более возрастает спрос на самые быстрые алгоритмы обработки и сжатия информации. Поэтому, в вычислительной математике и компьютерных вычислениях востребованы методы теории приближений, которые активно используются при построении численных алгоритмов, а также при сжатии информации, а следовательно могут значительно повлиять на объем информации и соответственно скорость ее обработки.

Для многих конкретных случаев поставленная задача К(В)П о нахождении оптимальных порядков восстановления функций была решена на основе оригинальных методов построения агрегатов приближения вкупе с методами доказательств их неулучшаемости. Предлагается постановка и решение в рамках общей задачи К(В)П, где в качестве числовой информации впервые рассмотрены преобразования Радона. Последующая вычислительная реализация имеет весьма широкую сферу применения в науке и технике, в частности в компьютерной томографии. Таким образом, в масштабах Казахстана предлагается дальнейшее исследования перспективной тематики, которое реализует новое направление на международном уровне.

Список литературы

1. Государственная программа развития образования Республики Казахстан на 2011–2020 годы утвержденная Указом Президента РК от 7 декабря 2010 года № 1118.
2. Государственная программа развития образования и науки Республики Казахстан на 2016 – 2019 годы, утвержденная Постановлением Правительства Республики Казахстан от 24 июля 2018 года № 460.
3. Закон Республики Казахстан от 18 февраля 2011 года № 407-IV «О науке».
4. Салимьянова И. Г. Роль исследовательских университетов в развитии национальной инновационной системы // Журнал «Общество. Среда. Развитие (terra humana)». 2011. С. 15-19.
5. Интернет–ресурс www.timeshighereducation.com/world-university-rankings/2019/world-ranking#!/page/0/length/25/sort_by/rank/sort_order/asc/cols/stats
6. Найзабеков А., Божко Л.Л. Национальный исследовательский университет: современный взгляд //Журнал «Современное образование». 2015, №3 (99). С. 58- 62.
7. Государственный общеобязательный стандарт образования всех уровней образования, утвержденный приказом Министра образования и науки Республики Казахстан от 31 октября 2018 года № 604
8. Темиргалиев Н. Теоретико-числовые методы и теоретико-вероятностный подход к задачам Анализа. Теория вложений и приближений, абсолютная сходимость и преобразования рядов Фурье// Вестн. ЕНУ им. Л.Н. Гумилева. Серия Мат. 1997. С. 90-144.
9. Темиргалиев Н. Компьютерный (вычислительный) поперечник. Алгебраическая теория чисел и гармонический анализ в задачах восстановления (метод квази-Монте Карло). Теория вложений и приближений. Ряды Фурье//Вестн.ЕНУ им. Л.Н. Гумилева, Спец. выпуск, посвященный научным достижениям математиков Евразийского национального университета им. Л.Н. Гумилева. 2010. С.1-194.
10. Темиргалиев Н. Непрерывная и дискретная математика в органическом единстве в контексте направлений исследований//Электронное издание. Институт теоретической математики и научных вычислений, Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева, Астана. 2012. С.1-256.
11. Темиргалиев Н., Абикенова Ш.К., Жубанышева А.Ж., Таугынбаева Г.Е. Задачи дискретизации решений волнового уравнения, численного дифференцирования и восстановления функций в контексте компьютерного (вычислительного) поперечника // Изв.ВУЗов. Математика. 2013. №8. С. 86–93.

12. Темиргалиев Н. Теории вложений и приближений в контексте К(В)П и внутренних проблем теории функций// Вестн. ЕНУ им. Л.Н. Гумилева. Серия Мат. 2018. Т.125. №4. С.8-68.
13. Темиргалиев Н., Жубанышева А.Ж. Теория приближений, Вычислительная математика и Численный анализ в новой концепции в свете Компьютерного (вычислительного) поперечника// Вестн. ЕНУ им. Л.Н. Гумилева. Серия Мат. -2018. -Т. 124, №3. -С. 8-88.
14. Темиргалиев Н., Жубанышева А.Ж. Компьютерный (вычислительный) поперечник в контексте общей теории восстановления// Изв.ВУЗов. Математика. - 2019. - Т63. №1. - С.89-75.
15. Темиргалиев Н., Таугынбаева Г.Е., Абикенова Ш.К. Дискретизация решений уравнений в частных производных в контексте Компьютерного (вычислительного) поперечника» // Вестн. ЕНУ им. Л.Н. Гумилева. Серия Мат. - 2019, -Т.126. - №1. - С.8-52.
16. Коробов Н.М. Теоретико-числовые методы в приближенном анализе. М., Физматгиз, 1963.
17. Temlyakov V.N. On approximate recovery of functions with bounded mixed derivative // J. Complexity. -1993. -№9. P. 41–59.
18. Смоляк С.А. Об оптимальном восстановлении функций и функционалов от них: // Дисс. . . . канд. физ.- матем. наук. М., 1965. Орг. п/я 2325. С. 118–119.
19. Кудрявцев С.Н. Наилучшая точность восстановления функций конечной гладкости по их значениям в конечном числе точек. // Изв. РАН. Сер. Матем. -1998. –Т.62.№1. –С. 21-58.
20. Трибель Х. Теория интерполяции, функциональные пространства, дифференциальные операторы./ Трибель Х. - Москва: Мир. - 1980.
21. Никольский С.М. Приближение функций многих переменных и теоремы вложения. М.: Наука. 1977.
22. Radon J. Uber die Bestimmung von Funktionen durch ihre Integralwerte längs gewisser Mannigfaltigkeiten // Berichte Sächsischte Akademie der Wissenschaften, Leipzig, Math.-Phys. Kl. -1917. –T.69. P. 262-277.
23. Deans S.R.The Radon Transform and some of its Applications / S.R. Deans. - Wiley, -1983.
24. Naterrer F. The Mathematics of Computerized Tomography. Classics in Applied Mathematics. -SIAM, -2001.
25. Naterrer F. A Sobolev Space Analysis of Picture Reconstruction.// SIAM Journal on Applied Mathematics. 1980. V. 39, No. 3. - pp. 402-411.
26. Beckmann M. and Iske A. Sobolev error estimates for filtered back projection reconstructions // International Conference on Sampling Theory and Applications (SampTA), - Tallin, -2017, pp. 251-255.
27. Marr R. On the reconstruction of a function on a circular domain from a sampling of its line integrals. //J. Math. Anal. Appl., 1974. № 45. Pp.345-357.
28. Logan B., Shepp L. Optimal reconstruction of a function from its projections //Duke Math. J. 1975. №42, pp. 645-659.
29. Georgieva I., Hofreither C., Koutschan C., Pillwein V., Thanatipanonda T. Harmonic interpolation based on Radon projections along the sides of regular polygons // Cent. Eur. J. Math -2013.T 11. №4, pp. 609-620.
30. Осколков К. И. Рельефная аппроксимация, анализ Фурье–Чебышева и оптимальные квадратурные формулы // Тр. МИАН. – 1997. Т.219, С. 269–285.
31. Maiorov V.E., Oskolkov K.I., Temlyakov V.N. Ridge approximation and Radon compass// Approximation Theory: A volume dedicated to B. Sendov. B. Bojanov (Ed.), - DARBA, Sofia, -2002. - pp. 284–309.
32. Konovalov V.N., Leviatan D., Maiorov V.E. Approximation of Sobolev classes by polynomials and ridge functions // Journal of Approximation Theory, -2009, № 159, pp. 97–108.
33. Темиргалиев Н., Ажгалиев Ш., Абикенова Ш., Таугынбаева Г. О задаче приближенного восстановления функций из классов Соболева по значениям их преобразований Радона //Вестник национального ядерного центра Республики Казахстан. 2018, №4, С.32-35.

«ДИСКРЕТИЗАЦИЯ МӘСЕЛЕЛЕРІНДЕГІ РАДОН ТҮРЛЕНДІРУІ» ТАҚЫРЫБЫ БОЙЫНША ЭЛЕКТИВТІК КУРС ҚҰРУДЫҢ ИНТЕГРАЦИЯСЫЛЫҚ ТӘСІЛІ

Ш. Әбікенова[1], Ғ.Таугынбаева[2]
[1]ф.-м.ғ.к., АҒҚ, [2] PhD, АҒҚ,
[1,2] «Теориялық математика және ғылыми есептеулер институты, Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Нұр-Сұлтан, Қазақстан
email: shabik_29@mail.ru, galija_1981tau@mail.ru

Мақалада оқу үрдісінде ғылым мен білімді интеграциялауға бағытталған ұсыныстар берілген. Магистратурадағы білім беру бағдарламаларының мазмұнын анықтауда жоғарғы оқу орындарының академиялық еркіндігі 70 пайызға дейін жеткені белгілі. Элективті курстардың тізімі білім беру процесіне қатысатын нақты бір жоғарғы оқу орнының профессорлық-оқытушылық құрамының ғылыми қызығушылығымен анықталады да, көп жағдайда университеттің ғылыми потенциалын тиімді пайдалана бермейді. Осыған байланысты, құзыретті және бәсекеге қабілетті мамандарды кәсіби даярлауды қамтамасыз етуде ғылыми нәтижелер мен білім беру потенциалының арасындағы тұрақты байланысты қамтамасыз етудің жаңа механизмі қажет. Элективті курстарды құруды реттеу бойынша ұсыныстар «Дискретизация мәселелеріндегі Радон түрлендіруі» тақырыбындағы курстың оқу жоспарымен бекітілген. Бұл бағдарлама магистратура аясында енгізілу үшін ұсынылған. Ғылыми нәтижелер AP05132938 «Дискретизация мәселелеріндегі Радон түрлендіруі» жобасын жүзеге асыру кезінде алынды.

Түйін сөздер: *элективті курс, силлабус, Радон түрлендіруі, ғылыми-әдістемелік қамтамасыз ету*

THE INTEGRATIVE APPROACH TO FORMATION AN ELECTIVE COURSE ON THEME «RADON TRANSFORM IN DISCRETIZATION PROBLEMS»

Sh. Abikenova[1], G. Taugynbaeva[2]
[1] Cand.Sci. (Phys.-Math), SR, [2] Ph.D, SR,
[1,2] Institute of Theoretical Mathematics and Scientific Computations, L. N. Gumilyov Eurasian National University, Nur-Sultan, Kazakhstan
email: shabik_29@mail.ru, galija_1981tau@mail.ru

The article presents proposals aimed at the integration of science and education in the educational process. The academic freedom of universities in determining the content of educational programs in magistracy has been increased to 70%. The list of elective courses is often determined by the scientific interests of the faculty involved in the educational process of a particular university, while the scientific potential is not always used effectively. In this regard, new mechanisms are needed to ensure a sustainable relationship between scientific results and educational potential in providing professional training for competent and competitive specialists. Proposals for regulating the formation of elective courses are supported by the curriculum of the course on the topic "Radon Transform in Discretization Problems". This program is proposed for implementation as part of the magistracy. Scientific results were obtained during the implementation of the project AP05132938 "Radon transform in discretization problems".

Key words: *elective course, syllabus, Radon transform, scientific and methodological support*

Поступила в редакцию 02.09.2019