

ҒТАХР 27.01.45

«ВЕКТОР» ҰҒЫМДАРЫН МЕКТЕП КУРСЫНА ЕНГІЗУДІҢ ӘРТҮРЛІ ТӘСІЛДЕРІ

А.Ө. Дәулетқұлова¹, Г.Б. Әлихан²

¹ п.ғ.к., қ. профессор м.а.

² 6M010900-Математика мамандығының магистранты

^{1,2} Қазақ ұлттық қыздар педагогикалық университеті, Алматы, Қазақстан

email: dauletkulova2320@gmail.com

Мақалада негізгі мектепте геометрияны оқыту барысында «вектор» тақырыбын оқытудың әдістері туралы баяндалады. Оқушылардың векторлар тақырыбын меңгерудің тиімділігін жоғарылату үшін, негізгі мектептің геометрия курсына «вектор» тақырыбын енгізуіне тарихи талдау жасап, бұл тақырыпты оқып білудегі оқушыларда кездесетін қиыншылықтарды шешу, негізгі мектептің геометрия курсына векторлар тақырыбын оқытуды қамтамасыз етуге бағытталған ғылыми әдістерін жасау мәселелері қарастырылады. «Вектор» ұғымының қарастырылған әрбір трактісі белгілі бір әдістемелік қасиеттерге ие; мысалы, вектордың векторлық кеңістіктің элементі ретінде түсіндірілуі көзқарастың ортақтығын, басқа терминдердегі интерпретациялардың бірін зерттеу мүмкіндігін қамтамасыз етеді.

Түйін сөздер: вектор, векторлық шексіздік, сегмент, теңсіздік, векторлық және координаттық әдіс

Қазіргі заманғы математикалық ұғымда «Вектор» іргелі ұғымдардың бірі болып табылады, ал векторды есептеу математиканың және оның барлық қосымшаларында да маңызды рөл атқарады.

«Вектор» есептеу ұғымы, механика мен физиканың қажеттіліктеріне байланысты қалыптасқан, онда векторлық шамалар бойынша операцияларды тікелей (олардың геометриялық интерпретацияларында) салу амалдары барлық шамаларды жүргізу барысында жүргізіле бастады. Өткен ғасырдың соңында векторды мектеп алгебра оқулықтарында жекелеген тақырыптар мен сұрақтарды баяндау кезінде қолданылды [1, 2].

Мысалы, тригонометриялық формулалар И.И. Макаревичтің кітабында векторларды қолдану барысында дәлелденді. Вектор кешенді сандар теориясын есептеу кезінде де қолданылды. А.С. Сергееваның зерттеуінен көрініп тұрғандай, физиканың революцияға дейінгі физикалық оқулықтарында (мысалы, А.Н. Колмогоров) скаляр және векторлық шамалар туралы айтылды, вектор ұғымы мен қосу және шегеру ережелері енгізілді, олар әрі қарай пайдаланылды.

Бұрынғы Кеңес Одағы мектептеріндегі 1925 ж. Ленинградта басылған математика бағдарламасында векторды жүйелі оқыту қарастырылған. Алайда, 30-жылдары мектеп практикасына бірыңғай міндетті бағдарлама енгізу тәжірибесінде векторлар жоғары математиканың элементтері сияқты (туынды, геометриялық өзгерістер) мектеп бағдарламасына енген. Кейіннен бұл бағдарлама 30-жылдардағы бағдарламада заманауи ғылыми практиканың байланысының болмауынан сынға ұшырады.

Онда аналитикалық геометрия мен вектордың орта мектептердегі математика курсына енгізу туралы Я.С. Дубков, А.Я. Хинчин, В.А. Гончаров, А.М. Лопшин, Н.Ф. Четверухин, П.С. Александров, А.И. Маркушевич және т.б. ғалымдар өз ойларын білдірді. Олардың қатысуымен 1947 жылы ҒА-да аналитикалық геометрия элементтеріне қосылған математика бағдарламаларының жобасы әзірленді.

Қазіргі таңда вектор әдісі математикада және оның қосымшаларында кеңінен қолданылады. Векторсыз заманауи ғылымды, функция мен сандарды елестету мүмкін емес. Сондықтан да мектеп реформасы кезінде математикалық білім түсінігінде «вектор» бағдарламаға енгізілгенде елеулі сынға ұшыраса да, векторлық алгебра элементтері деген ұғым орта мектепте қалдырылды.

Математиканың жетілдірілген бағдарламасында [3] векторды жазықтық пен кеңістікте оқыту анықталды. Алайда, әлі күнге дейін векторды орта мектеп курсына оқытуға қатысты

бірыңғай пікір жоқ. Бұл тұрғыдан алғанда, жетілдірілген бағдарлама оқулық авторларына мүмкіндік береді. Алайда, векторды орта мектепте оқыту курсы туралы ортақ ой жоқ.

Вектор ұғымы оқу әдістемелік әдебиеттердің әртүрлі бөлігінде (параллель ретінде көшіру, векторлық балама кесінділерге бағытталған класс, векторға бағытталған үзінді, ретке қойылған вектор, үштік, ... n рет саны) шын мәнінде вектор түсінігі мен векторлық элементтердің шексіздігі болып табылады.

Естеріңізге сала кетейін, векторлық шексіздік деп көптеген кез келген табиғи элементтерден тұратын “ R ” аталады, (вектор деп аталатын) қосу және көбейту элементтері анықталған сандарға арналған қанағаттандырылған шарттары:

$$x+y = y+x \text{ (ауыстырымдылық заңы)} \quad (1)$$

$$(x+y) + z = x + (y+z) \text{ (терімділік заңы);} \quad (2)$$

нөлдік векторы бар 0 (немесе нөл вектор), қанағаттандырылған шарттар

$$x+0=x \text{ кез келген векторға } x; \quad (3)$$

кез келген векторға x оған қарама қарсы векторы бар y сондай, бұл

$$x+y=0; \quad (4)$$

$$1 \cdot x = x; \quad (5)$$

$$2 (\beta x) = (2\beta) x \text{ (терімділік);} \quad (6)$$

$$(\alpha + \beta) x = \alpha x + \beta x \text{ (сандық көбейткіштердің үлестірімділігі);} \quad (7)$$

$$2 (x+y) = 2x + 2y \text{ (векторға қатысты сандық көбейткіштердің үлестірімділігі)} \quad (8).$$

Осылайша, жоғарыда аталған тәсілдердің барлығын жүзеге асыру аталған (1-8) векторлық элементті шексіздік сияқты ашуды талап етеді. Осылайша, жоғарыда аталған барлық түсіндірулер бір біріне жақын, ал арасындағы тәсілдер математикалық тәсіл емес, әдістемелік тәсілдер арқылы іске асырылады. «Вектор» ұғымын қарастыру барысында әртүрлі баяндаулар жүзеге асырылып, олардың әдістемелік сапасы: көрнекілігі, қолжетімділігі, мүмкінділігі, қолданылуы қосымшаларда қолдануы қарастырылды.

Вектор түсінігін әртүрлі тәсілдер арқылы енгізе отырып, мектеп оқулықтары мен геометрияның оқу әдістемелік құралдарын қарастыру көзделеді. Мектепте векторды векторлық кеңістік элементі ретінде қарау идеясы өте қолжетімді болып табылады. Колмогоровтың айтуынша, вектор шексіздігі ұғымын тұжырымдама ретінде орта мектеп бағдарламасында оның қасиеттері мен жаңашылдығын ескере отырып, аксиома түрінде енгізу үлкен маңызға ие болар еді. Складарлық мәндер жүйесін бір өлшемді векторлық шексіздік ретінде қарастыру, ал екі өлшемді тегістік практикалық және интуитивті көзқарас тұрғысынан, негізінен, орта мектептің жоғары сынып оқушысына қолжетімді, ал баршаға міндетті мұндай оқыту жалпы білім беруге оң әсерін тигізеді.

И.А.Лурье мен С.Т.Тхамфоквананың зерттеуі бойынша, вектор ұғымы векторлық шексіздік элементі теориялық және эксперименталды түрде дәлелденді, әрі қазірдің өзінде негізінен жетінші сынып оқушысына қолжетімді болып тұр. Жоғарыда аталған авторлардың векторлық еңбегін оқу құрамына енгізу, оқушыларға векторлық алгебраны барлық оқытуда қосымша мүмкіндіктерге ие болады.

Сонымен қатар, оқу құрамының материалы бір интерпретация тұрғысынан векторлық кеңістіктің басқа интерпретация терминінің бірін зерттеуге мүмкіндік береді (мысалы, қозғалыс жылдамдығын параллельді тасымалдау координат формасында бағыттау).

Бір вектордың шексіздіктен екінші бір векторлық шексіздікке ауыстыру оқушының ұтымды білім алуына мүмкіндік береді. Алайда, мұндай презентациялар коллинарлық векторларды ескерместен, екі сызықсыз векторлардың ыдырауы және скалярлық вектор жұмыстары көп уақыт алады. Сонымен қатар, шамадан тыс векторды анықтау қоғамдастығы авторларға алгебраны бөлек параллельді тасымалдау түрінде қарастырып, ал вектордың параллельді тасымалдау болып есептелінетіндігі тек қорытынды бөлімінде анықталады. Векторды бұлай жаппай мектепте енгізу қиындыққа әкеп соқтырады.

Векторды параллельді тасымалдау трактовкасы А.Н.Колмогоров пен З.А.Скопецтің редакторлығымен геометрия курсына қабылданды. Мұндай тәсілдің артықшылығы бірқатар ережелер мен анықтамалардың шынайылығында болып табылады: векторды қосу үшін үшбұрыш

ережелері, векторды анықтау, қарама қарсы берілуі, векторларды осы тәсілмен теңестіру – бұл бірден бір параллельді тасымалдау болып саналады [4].

Вектор түсінігі және векторлық алгебра элементтері көрсетілген оқулықтарда геометрияны және оның қасиеттерін бірталай геометриялық есептерді және перпендикулярлы шексіздіктерді қарастыру қолданылады. Вектордың бұл интерпретациясы айқындық пен оқшауландырудың болмауынан сынға ұшырады. Шындығында, векторды аударма ретінде қарастырып, авторлар өз нұсқалары мен иллюстрацияларына бағытталған кесінділерді қолдана отырып пайдаланады.

«Вектор» ұғымының қарастырылған әрбір трактісі белгілі бір әдістемелік қасиеттерге ие; мысалы, вектордың векторлық кеңістіктің элементі ретінде түсіндірілуі көзқарастың ортақтығын, басқа терминдердегі интерпретациялардың бірін зерттеу мүмкіндігін қамтамасыз етеді, вектордың параллель тасымал ретінде түсіндірілуі бірқатар анықтамалардың табиғилығын, баяндау кезінде геометриялық материалды қолдануды және басқаларды білдіреді. Әрбір іске асырудың жалпы кемшіліктері: векторлық алгебраның кейбір теориялық фактілерін баяндаудың күрделілігі векторды санға көбейту заңдарының дәлелдемесі, векторлар мен процестердің скалярлық туындысы үшін дистрибутивті заң (физикада векторлық теңдік жазылғаннан кейін тікелей координаттарға көшу жүзеге асырылады), физика курсымен кейбір алшақтық геометрияда және физикада есептерді векторлық шешудің ажыратылған әдістері есебінен (физикада векторлық теңдік жазылғаннан кейін) тікелей координаттарға көшу жүзеге асырылады. Вектор ұғымының кейбір түсіндірмелері жеткіліксіз көрнекілікке ие (вектор эквивалентті бағытталған кесінділер класы ретінде, вектор, векторлық кеңістіктің элементі ретінде, вектор параллельді тасымал ретінде). Осылайша, векторды параллельді ауыстыру ретінде енгізу қиынға түседі, бұл жағдайда вектордың түсіндірілуін бағытталған сегмент ретінде қолдану керек.

Алайда, векторлық сегменттердің баламалы бағыттарының класы ретінде қарастырылуы реттелетін сегменттер жиынтығында эквиваленттік қатынасын енгізгенде (бірдей ұзындықтары бар бағыттар және бірдей бағыттар тең немесе тең деп саналады) барлық бағыттағы сегменттер жиынтығы эквиваленттік кластарға бөлінеді. Эквиваленттік кластардың әрқайсысы вектор деп аталады. Вектордың тұжырымдамасын енгізуге осы көзқарасты іске асыру оқулықта тәжірибе ретінде жүзеге асырылады. Мұндай көзқарас студенттерге осындай дерексіздікті меңгеруді қажет етеді, сондықтан оқушыларға эквиваленттік класс түсінігі қиын. Тәжірибе көрсеткендей, студенттердің жас ерекшеліктеріне және олардың математикалық абстракцияларын қабылдауға дайын болмағандықтан, олар вектордың эквиваленттік классын қабылдауы қиын. Г.П. Бензаның байқауына сәйкес, студенттер кейде келесілерді дәлелдейді: «Егер вектор бірдей ұзындық пен бір бағытта барлық бағытталатын сегменттер жиынтығы болса, онда бұл жиынтық барлық жазықтықты қамтиды, сондықтан векторлар жазықтықты жабады». Мұндай көзқараста теориялық материалдарды, атап айтқанда, вектордың скаляр өнімі үшін бөлу заңын дәлелдеу кезінде қиындықтарды болдырмау мүмкін емес.

Белгіленген сегменттердің эквиваленттік сыныптары бойынша операциялар осы сыныптардың өкілдері мен (ретті сегменттер бойынша) операцияларды пайдалана отырып анықталады.

Осылайша, осы көзқараспен вектор векторлардағы операцияларды анықтау үшін және векторларды қолдану үшін бағыттық сегмент ретінде түсіндіріледі.

Осылайша, вектордың эквивалентті бағытталған сегменттер класы ретінде нақты анықтамасы - бұл жазықтықтың (кеңістіктің) кез келген нүктесіне параллель болатын, яғни кез келген басқа эквиваленттік (бірдей) бағыттық сегменттің көмегімен ауыстырылып, бағыт секциясы ретінде векторды түсіндіреді. Мұндай директива дұрыс емес, сондықтан кейде теориялық тұрғыдан көп сынға ұшырайды [4]. Алайда, егер басқа позициядан қарасак, онда бағытталатын сегмент векторды қабылдау үшін әбден заңды болып табылады, өйткені векторды нақты санмен көбейту және көбейту операцияларының әдеттегі анықтамалары бар, ол векторлық кеңістіктің элементі болып табылады (1-8.о.13 аксиомаларды қараңыз).

Вектордың бағыттық сегмент ретінде түсіндірілуі математика курстары сияқты мектепте де, университетте де (математикалық мамандықтар үшін) дәстүрлі емес, айқын және қолданбалы болып келеді.

Физикадағы мектеп курсы үшін вектордың бағытталған сегмент ретінде түсіндірілуі де ыңғайлы. Э.Е. Евенчик және Л.П. Урначев атап айтқандай. «Вектор ретінде бағытталған сегменттің ұғымы физикалық векторлық көлемдерді енгізуге мүмкіндік береді» [5].

Дегенмен, егер векторлар бағытталған сегменттер ретінде түсіндірілсе, вектордың координаттарын (мысалы, мектеп физикасы курсына жасалады) дереу байланыстыратын болса, онда бұл тұжырымдаманың екі математикалық интерпретациясы кең қолданудың мүмкіндіктерімен бірге енгізілгенін білдіреді (арифметикалық вектор).

Бұл сұрақтың паллиативті шешімі алгебрадан кейін векторлық координаттардың бағытталатын сегменттерін және координациялық нысан бойынша векторларға қатысты әрекеттерді қарастырады. Бұл жағдайда вектор геометриялық болып саналады, ал координаттары оған «бейімделеді». Мұндай көзқарас зерттеу уақытының едәуір жоғалуына әкелмеген жағдайда, қандай да бір қарсылықтар тудырмас еді. Тұсаукесердің осындай жүйелілігімен геометриялық және координаттық нысандардағы векторлардағы операциялардың қасиеттерін дәлелдеу керек, теориялық материалды ұсыну кезінде қиындықтардан аулақ болуға болмайды. (бұрында көрсетілген, векторлардың скалярлық көбейтіндісі туралы заң және т.б.).

Сонымен қатар, координат түрінде берілген векторлардағы операциялардың қасиеттері өте оңай дәлелденді. Сондықтан, векторларды зерттеуді жетілдірудегі маңызды қадам геометриялық және координаттық нысандардағы векторларды параллель зерттеу болып табылады.

Бұны іске асырудың негізгі кемшілігі - векторлық аппаратты қолдану оның енгізілуіне тура келмейді.

Осылайша, «вектор» ұғымы қарастырылған дәстүрлі іске асырулардың бірде-бірі мектеп математикасының қажеттілігін, сондай-ақ оның қосымшаларының қажеттілігін толығымен қамтамасыз етпейді. Геометриялық формадағы векторлар операцияларын егжей-тегжейлі қарағаннан кейін, вектордың координаттары және векторлардың координаталық формадағы әрекеттері қарастырылды, векторларды қолдану мүмкіндігін айтарлықтай күшейтуге мүмкіндік береді, бірақ векторлық алгебра теориялық материалының кейбір бөлігін зерттеудің жоғарыда белгіленген қиындықтарымен байланыстырылған проблемаларды шеше алмайды (мұндай тәсілде оқу уақытын жоғалтуға алып келеді, векторлармен операциялар қасиеттерінің дәлелдемесін қайталауға тура келеді) [6].

Белгіленген дәлелдерді ескере отырып, орта мектептің математика курсына векторлар мен олардың координаттарын енгізу мәселесі А.В. Погореловтың және Н.М. Рогоновскийдің көзқарастары тұрғысынан алғанда геометрия оқулықтарында анықталған әдіснамалық тұрғыдан орынды болып табылатынын мойындау керек, онда вектор анықталған сегмент ретінде анықталады, ал бірден вектордың координаттары пайда болады. Мұндай көзқарас векторлардағы операцияларды векторлардағы дәлелдеудің қиындықтарын жойып, олардың қасиеттері оқушыларға жақсы белгілі сандарды шығаруға мүмкіндік беретін координат түріндегі векторлар бойынша операцияларды анықтауға мүмкіндік береді. (Мысалы, векторлардың скаляр көбеюі үшін үлестірім заңның дәлелдеуі маңызды емес есептерді талап етеді, оны ұсынудың басқа жолдарында дәлелдеу ең үлкен қиындықты тудырады). Геометриялық түрде векторлардағы операциялардың мағынасы координаттық түрде анықталады, оның дәлелі - қарапайым. Мұның бәрі оны барлық теориялық материалдарды ұсынуға мүмкіндік береді

Физика үшін бұл тәсіл өте қолайлы. Шет елдің ғалымдарының зерттеулерінде, соның ішінде David E. Meltzer көрсеткендей, координаталық форордағы векторлардың қасиеттерін қолдану механиканы зерттеуде өте тиімді және оқушыларға векторлық құндылықтың неғұрлым терең түсінуіне мүмкіндік береді [7].

Оның үстіне, Т.М.Кориковтың зерттеуінде атап өткендей, кеңістіктегі векторлардың координациялық спецификациясы оларды алгебралық және тригонометриялық теңсіздіктерді зерттеуде тиімді пайдалануға мүмкіндік береді.

Векторлық және координаттық әдісті шектеу, егер векторлар бағытталған кескін ретінде енгізілсе, ал векторлармен операцияларды анықтау және олардың қасиеттерін дәлелдеу координаттық түрде беріледі, векторлық алгебраның теориялық материалын шағын және қолжетімді баяндау проблемасын шешуге және бір мезгілде мектеп курсына векторларды күшейтуге мүмкіндік береді.

Сонымен, векторлық және координаттық әдістердің органикалық үйлесімі негізінде (яғни координаттық негізде бағытталған кесінділерді үйрету) векторларды зерделеудің тәсілі математиканы оқытудың неғұрлым айқын мақсаттарын жүзеге асыру құралы болып табылады.

Пайдаланылған әдебиеттер

1. Бүкібаева К. Векторларды геометриялық есептерге қолданудың тарихи-әдістемелік мәселелері. // Алгоритм, 2003. - № 5. 19-22 б.
2. Michael Crowe. A History of Vector Analysis /www. researchgate.net
3. Беккер Б. М. Применение векторов для решения задач : Учеб. пособие для учителей и учащихся / Б. М. Беккер. В. Б. Некрасов. - СПб.: НПО "Мир и семья-95", 1997. - 127 с.
4. Азиев И.К. Решение алгебраических задач с помощью скалярного произведения // Математика в школе. 2007. № 4. С. 6-8.
5. Евенчик Э. Е. Преподавание механики в курсе физики средней школы / Акад. пед. наук СССР. - М.: Просвещение, 1967. - 179, [1] с.
6. Нелин Е.П. Методические особенности изучения векторов в курсе планиметрии при их введении на координатной основе. Автореф. ... к.пед. н. М., 1984.
7. Ngoc-Loan Nguyen and David E. Meltzer. Initial understanding of vector concepts among students in introductory physics courses /American Journal of Physics 71(6) · June 2003

РАЗЛИЧНЫЕ СПОСОБЫ ВНЕДРЕНИЯ ПОНЯТИЙ «ВЕКТОР» В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ

А.У. Даулеткулова¹, Г.Б. Алихан²

¹ к.п.н., и.о. асс. профессора, ² магистрант специальности 6M010900-Математика
^{1,2} Казахский Национальный женский педагогический университет, Алматы, Казахстан
email: dauletkulova2320@gmail.com

В статье раскрываются методы преподавания темы «вектор» при изучении геометрии в основной школе. Для повышения эффективности усвоения обучающимися темы векторов рассматриваются вопросы исторического анализа, так же методы обучения с которыми сталкиваются учащиеся при изучении этой темы. Данные проблемы раскрываются научными методами, направленными на обеспечение изучения темы векторов на курсе геометрии основной школы.

Каждый тракт, предусмотренный понятием "Вектор", обладает определенными методическими свойствами; например, интерпретация вектора как элемента векторного пространства обеспечивает общность взгляда, возможность исследования одной из интерпретаций в других терминах.

Ключевые слова: вектор, векторная бесконечность, сегмент, неравенство, векторный и координатный метод

VARIOUS WAYS TO IMPLEMENT THE CONCEPTS OF "VECTOR" IN THE SCHOOL COURSE

A.U. Dauletkulova¹, G.B. Alikhan²

¹ Cand. Sci. (Pedagogy), acting Associate Professor
² Master student of the specialty 6M010900 – Mathematics
^{1,2} Kazakh National Women's Teacher Training University, Almaty, Kazakhstan
email: alikhan.gulnur1994@mail.ru

The article reveals the methods of teaching the topic "vector" in the study of geometry in primary school. To improve the efficiency of learning the theme of vectors are considered historical analysis, as well as teaching methods faced by students in the study of this topic. These problems are revealed by scientific methods aimed at ensuring the study of the topic of vectors in the geometry course of the main school.

Each path, provided by the concept of "Vector", has certain methodological properties; for example, the interpretation of the vector as an element of vector space provides a common view, the possibility of studying one of the interpretations in other terms.

Keywords: vector, vector infinity, segment, inequality, vector and coordinate method

Редакцияға 30.05.2019 қабылданды

3-бөлім / Раздел 3
ФИЛОЛОГИЯ

Section 3
PHILOLOGY