

ГРНТИ 27.35.33

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ИМПЕДАНСОВ АНИЗОТРОПНЫХ СРЕД ДЛЯ НЕОДНОРОДНОЙ ПЛОСКОЙ ВОЛНЫ

Е.Ж. Смагулов, Б.Е. Смагулов, А.Б. Абдулаева

Жетысуский государственный университет имени И.Жансугурова, Талдыкорган, Казахстан,
Smagulovezh@mail.ru, abdulaeva_aigerim@mail.ru

В статье показано, что для анизотропных свойств земной коры, например, в районах с мощным чехлом осадочных напластований основную роль играет коэффициент анизотропии Λ . Значит, значения импеданса волны электрического типа зависит от величины коэффициента анизотропии Λ . Ввиду того, что импеданс является комплексной величиной, тогда в импедансе можно выделить действительную и мнимую часть. Проведены исследования данных зависимостей, т.е. числовой анализ импеданса магнитного типа, которые показали, что в анизотропных средах импедансы испытывают параметрическую зависимость от коэффициента анизотропии; выполнен математический эксперимент по исследованию чувствительности импеданса необыкновенной волны в зависимости от параметров среды и волны.

Ключевые слова: проводимость, математическое моделирование, анизотропные среды, уравнения Максвелла, электромагнитное поле.

Рассмотрим структуру уравнений Максвелла в полупространстве $Z \geq 0$, описываемом тензором проводимости $\sigma(z)$. В [1] показано, что полное электромагнитное поле можно представить в виде суперпозиции обыкновенной (индекс “о”) и необыкновенной (индекс “н”) волны.

$$\begin{aligned} E_x &= E_x^o + E_x^h, & H_x &= H_x^o + H_x^h, \\ E_y &= E_y^o + E_y^h, & H_y &= H_y^o + H_y^h, \\ E_z &= E_z^o + E_z^h, & H_z &= H_z^o + H_z^h. \end{aligned} \quad (1)$$

Для импеданса обыкновенной волны имеем [2, 4, 6]

$$Z^o = \frac{E_x^o}{B_y^o} = -\frac{E_y^o}{B_x^o} \quad (2)$$

а для необыкновенной волны

$$Z^h = \frac{E_x^h}{B_y^h} = -\frac{E_y^h}{B_x^h} \quad (3)$$

Из формул (2) и (3) имеем

$$E_x^o B_x^o - E_y^o B_y^o = 0 \quad (4)$$

$$E_x^h B_x^h - E_y^h B_y^h = 0 \quad (5)$$

Следовательно, импедансы определяются по формулам (2) и (3).

Таким образом, импедансы (2) и (3) анизотропных сред зависят от параметров проводимостей σ_1 и σ_n от коэффициента анизотропии Λ , кроме того, сохраняет силу параметрическая зависимость импедансов от частоты волны ω и величин

$$R = \text{Re}(k_x^2 + k_y^2) \quad (6)$$

$$J = Jm(k_x^2 + k_y^2)$$

Значит, по сравнению с изотропными средами импеданс необыкновенной волны зависит от нового параметра коэффициента анизотропии Λ

$$Z^H = Z^H(\sigma_t, \Lambda, \omega, R, J) \quad (7)$$

Поскольку импеданс обыкновенной волны полностью аналогичен импедансу волны для изотропной среды, свойства которой хорошо известны, мы основное внимание уделим изучению поведения импеданса необыкновенной волны.

Очевидно, несложно выделить действительную и мнимую часть импеданса, представив его в виде

$$Z^H = \text{Re}Z^H + i\text{Im}Z^H \quad (8)$$

Следовательно, подставив в формулу (3) выражения для горизонтальных компонент полей необыкновенной волны, получим следующее выражение

$$Z^H = \frac{-\omega \sin \alpha \sin \varphi + ik_x(k_m \sin \alpha - k_{zH} \cos \alpha) / \mu \sigma_t}{k_x \cos \alpha + k_{zH} \sin \alpha \cos \varphi} \quad (9)$$

Таким образом, наша задача свелась к изучению чувствительности импеданса от угла, от коэффициента анизотропии и от частоты.

Для численной реализации и построения графиков, были приняты следующие значения постоянных величин [3, 5, 7]:

$$\begin{aligned} \pi &= 3.1415926 & T &= 20 \text{ сек} \\ \mu &= 4\pi 10^{-7} \text{ Гн/м} & \omega &= 0,31415926 \text{ Гц} \\ k_x = k_y &= (10^{-5}; 10^{-5}) \cdot \text{м}^{-1} \end{aligned}$$

Значит, отдельно можно вычислить

$$\text{Re}Z^0, \text{Im}Z^0, \text{Re}Z^h, \text{Im}Z^h,$$

а также

$$\text{arg}Z^0, |Z^h|, \text{arg}Z^h,$$

что и было сделано в предлагаемой серии расчетов.

Были рассчитаны значения

$$\text{Re}Z^0, \text{Im}Z^0, \text{Re}Z^h, \text{Im}Z^h, |Z^0|, \text{arg}Z^0, |Z^h|, \text{arg}Z^h$$

в зависимости от коэффициента анизотропии Λ и параметра волны R/J . По результатам расчетов было построено 4 графика. Во всех графиках по горизонтальной оси откладывалось значение Λ . При этом Λ менялось от 0 до 1 с шагом 0.2. Отношения R/J были выбраны следующие: 1/64, 1/16, 1.4, 1.6.

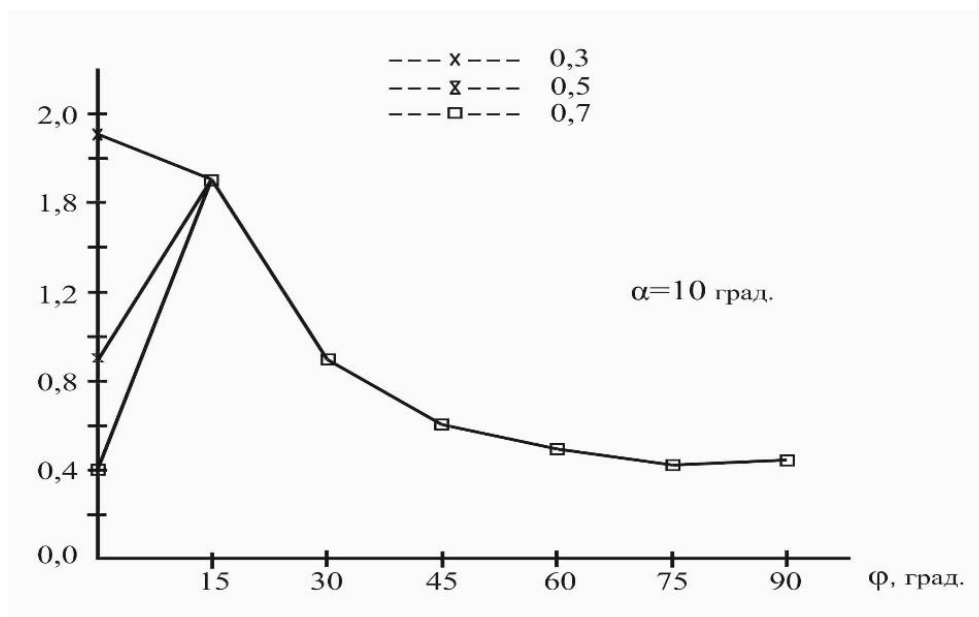


Рис. 1. Действительная часть импеданса необыкновенной волны. Источник: Составлено авторами

На рис. 1 представлены графики ReZ^h . Из графиков видно, что ReZ^h меняется при Λ , лежащим в пределах $\Lambda < 0,5$ медленно, а для $\Lambda > 0,5$ изменение ReZ^h носит явно выраженный резонансный характер. Следовательно, для интерпретации результатов и измерения электромагнитных полей целесообразно использовать величину ReZ^h .

Таким образом, по результатам расчетов, аналогичный анализ (как для рисунка 1) можно провести и для остальных графиков

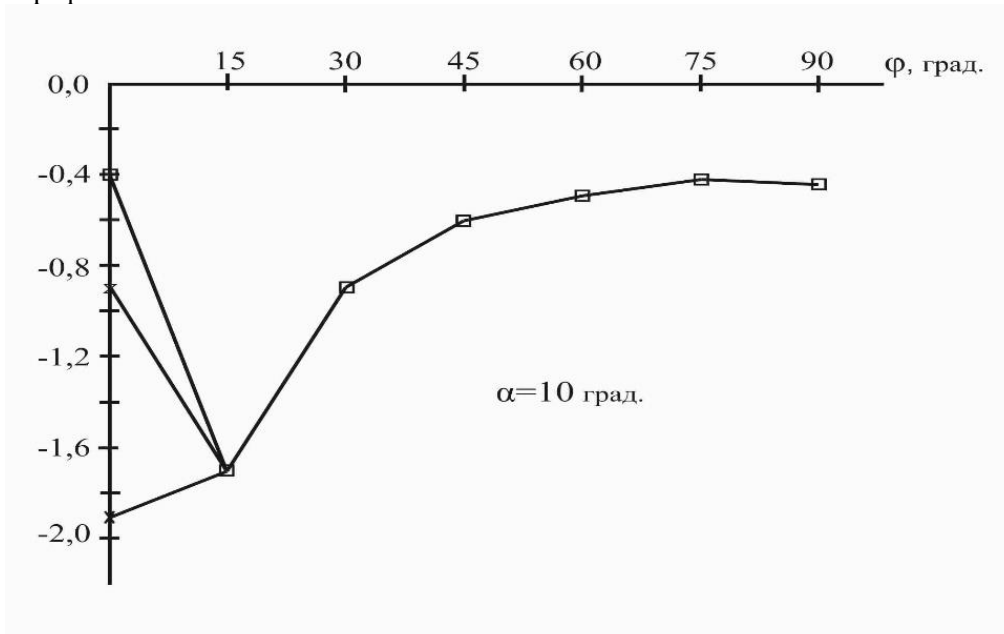


Рис. 2. Мнимая часть импеданса необыкновенной волны. Источник: Составлено авторами

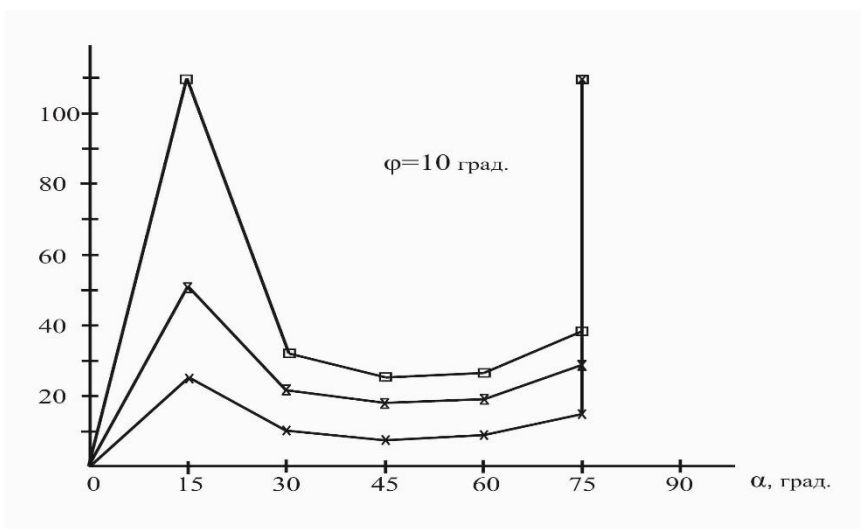


Рис. 3. Действительная часть импеданса необыкновенной волны. Источник: Составлено авторами

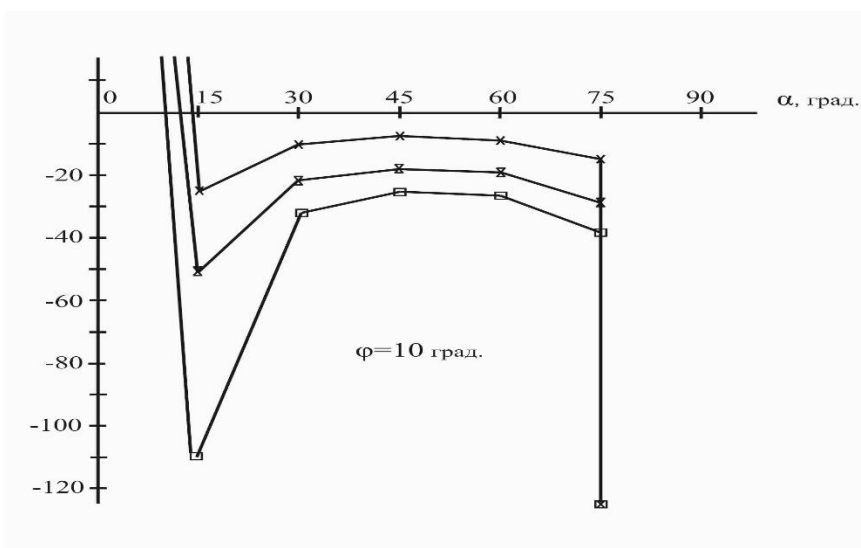


Рис. 4. Мнимая часть импеданса необыкновенной волны. Источник: Составлено авторами

Таким образом, определим следующие выводы:

1. Показано, что в анизотропных средах импедансы испытывают параметрическую зависимость от коэффициента анизотропии Λ .
2. Выполнен математический эксперимент по исследованию чувствительности импедансов необыкновенной волны в зависимости от параметров среды и волны.
3. Построен алгоритм и написана программа вычисления импедансов необыкновенной волны в зависимости от угла падения пластов α и угла их поворота в плоскости горизонта φ .
4. Показано, что для интерпретации данных дирекционных МТЗ целесообразно использовать математическое моделирование импедансов анизотропных сред для неоднородной плоской волны.

Список литературы

1. Смагулов Е. Ж. (1992) Математическое моделирование магнитотеллурических полей в анизотропных средах. Автореферат на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. Алматы. 16 с.

2. Смагулов Е. Ж., Жиёмбаев Ж. Т., Смагулов Б. Е., Уразова М. С., Байзақова А. (2017) Сведение системы уравнений Максвелла к каноническому виду // Вестник ЖГУ имени И.Жансугурова. Талдықорған. С.46-49.
3. Смагулов Е. Ж., Смагулов Б. Е., Тулымшакова Г. К., Адильбаева А. М. (2017) Сведение системы уравнений Максвелла к гиперболической системе // Вестник ЖГУ имени И.Жансугурова. Талдықорған С.49-52.
4. de Bazelaire, C., de Bazelaire, E.; Perroud, H. (2000) Analytical inversion of a stack of weakly anisotropic layers // Anisotropy 2000: Fractures, Converted Waves and Case Studies – P.163-201 - DOI: 10.1190/1.9781560801771.ch9 - 9th International Workshop on Seismic Anisotropy (9IWSA). Houston, TX. Mar 26-31.
5. Sainath, K., Teixeira, F. L. (2014) Tensor Green's function evaluation in arbitrarily anisotropic, layered media using complex-plane Gauss-Laguerre quadrature// Physical Review E - DOI: 10.1103/PhysRevE.89.053303 – May 8 .
6. Liu, S.F., Zhang, Z.C., Li, S., Liang, B. (2018) Investigation of comb-type pulse forming line with low impedance// Review of Scientific Instruments - DOI: 10.1063/1.5049797.
7. Shuai, Q., Tang, J. (2015) Direct compensation of lift-off oscillation effect in magnetic impedance-based damage detection// Journal of Intelligent Material Systems and Structures – P.2351-2361 - DOI: 10.1177/1045389X14554137

Біртекті емес жазық толқын үшін анизотропты орта импеданстарын математикалық модельдеу

Е.Ж. Смагулов, Б.Е. Смагулов, Ә.Б. Абдулаева

I.Жансүгіров атындағы Жетісу мемлекеттік университеті, Талдықорған қ., Қазақстан
Smagulovezh@mail.ru, abdulaeva_aigerim@mail.ru

Мақалада жер қыртысының анизотропты қасиеттері үшін, мысалы, шөгінді қабатының күшті қабығы бар аудандарда негізгі рөлді анизотропия Λ коэффициенті атқаратыны көрсетілген. Демек, электр типті толқынның импедансының мәні анизотропия Λ коэффициентінің шамасына байланысты болады. Импеданс кешенді өлшем болып табылады, онда импеданста нақты және жалған бөлікті бөліп көрсетуге болады. Бұл тәуелділік зерттеледі, яғни магнитті түрдегі импеданстың сандық талдауы анизотропты ортада анизотропия коэффициентіне параметрлік тәуелділікте болады; орта мен толқын параметрлеріне байланысты ерекше толқынның импедансының сезімталдығын зерттеу бойынша математикалық эксперимент орындалды.

Түйін сөздер: өткізгіштік, математикалық модельдеу, анизотропты орта, Максвелл тендеулері, электромагниттік өріс.

Mathematical modeling of anisotropic media impedance for an inhomogeneous plane wave

Y.Smagulov, B.Smagulov, A.Abdulayeva

Zhetysu State University named after I.Zhansugurov, Tal'dykorgan, Kazakhstan
Smagulovezh@mail.ru, abdulaeva_aigerim@mail.ru

The article shows that for the anisotropic properties of the earth's crust, for example, in areas with a strong cover of sedimentary strata, the main role is played by the anisotropy coefficient Λ . Hence, the impedance of the electric wave type depends on the anisotropy coefficient Λ . Since the impedance is a complex value, then the real and imaginary parts can be distinguished in the impedance. This dependence, i.e. the numerical analysis of the impedance of the magnetic type, has shown that in anisotropic media the impedances are parametrically dependent on the anisotropy coefficient; a mathematical experiment was performed to study the sensitivity of the impedance of an unusual wave depending on the parameters of the medium and the wave.

Keywords: conductivity, mathematical modeling, anisotropic media, Maxwell's equations, electromagnetic field.

Поступила в редакцию 21.12.2019